

Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Направление подготовки: 09.03.04 – Системное и прикладное программное обеспечение

Дисциплина «Основы дискретной математики (базовый уровень)»

**Отчёт по домашней работе №6**

Вариант №66

Выполнил

Галак Екатерина Анатольевна

P3115

Проверил

Поляков Владимир Иванович

Санкт – Петербург, 2024

**Задание 6**

**Сложение чисел с плавающей точкой**

**Вариант №66**

|  |  |
| --- | --- |
| **A** | **B** |
| **14,68** | **13,77** |

**1. Формат Ф1 (число разрядов мантиссы m = 12).**

A = (14,68)10 = (E,AE147B)16 = (0, EAE147B)16 + 161

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |

B = (13,77)10 = (D,C51EB8)16 = (0,DC51EB8)16 · 161

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |

1)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| XA | = | – | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| XB | = | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| (XA-XB)пр. | = |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

(XA-XB) = 0; XC = XA = XB = 1

а) Оба операнда положительные (A > 0, B > 0):

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2, 3) MA | = | + |  | . | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| MB | = |  | . | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| MC | = |  | 1 | . | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Результат сложения денормализован влево

4) MC = . 0 0 0 1 1 1 0 0 0 1 1 1.  
Так как выполнен сдвиг мантиссы вправо, характеристику результата нужно увеличить на 1 (ХC = ХC + 1 = 2).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |

С\* = МС · 16Рс = (0,1C7)16 · 162 = 28,4375.

Определим абсолютную и относительную погрешности результата:

ΔС = 28,45 – 28,4375 = 0,0125, где ΔС – абсолютная погрешность

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| δС = |  | 0,0125 |  | · 100% = 0,04394% |
| 28,45 |

, где δС – относительная погрешность

Несмотря на то, что оба операнда за счет округления были представлены с избытком, результат получился представленным с недостатком. Этот факт можно объяснить потерей значащих младших разрядов сначала у первого операнда при выравнивании порядков, а затем и у результата при его нормализации.

б) A < 0, B > 0

Сложение мантисс будем проводить их прямым вычитанием. В качестве уменьшаемого используем мантиссу положительного операнда (B).

2, 3)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| MA | = | – |  | . | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| MB | = |  | . | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| MC | = |  |  | . | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |

Результат вычитания денормализован вправо.

4) MC = . 1 1 1 0 1 0 0 1 0 0 0 0  
Так как выполнен сдвиг мантиссы влево, характеристику результата нужно уменьшить на 1 (ХC = ХC - 1 = 0).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |

С\* = МС · 16Рс = (0,E90)16 · 160 = 0,91016.  
Определим абсолютную и относительную погрешности результата:  
ΔС = 0,91 – 0,91016 = -0,00016, где ΔС – абсолютная погрешность

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| δС = |  | -0,00016 |  | · 100% = 0,01758% |
| 0,91 |

, где δС – относительная погрешность  
Результат получился представленным с избытком.

c) A < 0, B > 0

2, 3)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| MB | = | – |  | . | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| MA | = |  | . | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| MCДоп | = |  |  | . | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Результат вычитания денормализован вправо и представлен в дополнительном коде.  
4) MC = . 0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0  
Т.к. выполнен сдвиг мантиссы влево, характеристику результата нужно уменьшить на 1 (ХC = ХC - 1 = 0).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |

С\* = МС · 16Рс = (-0,E90)16 · 160 = -0,91016.  
Определим абсолютную и относительную погрешности результата:  
ΔС = -0,91 – (-0,91016) = 0,00016, где ΔС – абсолютная погрешность

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| δС = |  | 0,00016 |  | · 100% = 0,01758% |
| -0,91 |

, где δС – относительная погрешность

Результат получился представленным с недостатком.

**2. Формат Ф2.**

A = (14,68)10 = (E,AE147B)16 = (0,111010101110000101)2 · 24

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |

B = (13,77)10 = (D,C51EB8)16 = (0,11011100010100011111)2 · 24

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |

1)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| XA | = | – | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| XB | = | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| (XA-XB)пр. | = |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

(XA-XB) = 0; XC = XB = 4

а) Оба операнда положительные (A > 0, B > 0):

2, 3)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| MA | = | + |  | . | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| MB | = |  | . | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| MC | = |  | 1 | . | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Результат сложения денормализован влево.  
4) MC = . 1 1 1 0 0 0 1 1 1 0 0 1  
Т.к. выполнен сдвиг мантиссы вправо, характеристику результата нужно увеличить на 1 (ХC = ХC + 1 = 5).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |

С\* = МС · 2Рс = (0,111000111001)2 · 25 = 28,44531  
Определим абсолютную и относительную погрешности результата:  
ΔС = 28,45 – 28,44531 = 0,00469, где ΔС – абсолютная погрешность

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| δС = |  | 0,00469 |  | · 100% = 0,01649% |
| 28,45 |

, где δС – относительная погрешность

Результат получился с недостатком.

б) A > 0, B < 0

2, 3)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| MA | = | – |  | . | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| MB | = |  | . | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| MC | = |  |  | . | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |

Результат вычитания денормализован вправо.  
4) MC = . 1 1 1 0 1 0 0 1 0 0 0 0  
Т.к. выполнен сдвиг мантиссы влево, характеристику результата нужно уменьшить на 4 (ХC = ХC - 4 = 0).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |

С\* = МС · 2Рс = (0,11101001)2 · 20 = 0,91016  
Определим абсолютную и относительную погрешности результата:  
ΔС = 0,91 – 0,91016 = -0,00016, где ΔС – абсолютная погрешность

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| δС = |  | -0,00016 |  | · 100% = 0,01758% |
| 0,91 |

, где δС – относительная погрешность  
Результат получился с избытком.

c) A < 0, B > 0

2, 3)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| MB | = | – |  | . | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| MA | = |  | . | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| MC | = |  |  | . | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Результат вычитания денормализован вправо и представлен в дополнительном коде.  
4) MC = . 0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0  
Т.к. выполнен сдвиг мантиссы влево, характеристику результата нужно уменьшить на 4 (ХC = ХC - 4 = 0).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |

С\* = МС · 2Рс = (-0,11101001)2 · 20 = -0,91016.  
Определим абсолютную и относительную погрешности результата:  
ΔС = -0,91 – (-0,91016) = 0,00016, где ΔС – абсолютная погрешность

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| δС = |  | 0,00016 |  | · 100% = 0,01758% |
| -0,91 |

, где δС – относительная погрешность

Результат получен с недостатком.

5) Причины возникновения погрешности:

* Неточное представление операндов.
* Потеря значащих разрядов мантиссы одного из операндов при уравнивании порядков.
* Потеря значащих разрядов мантиссы результата при его нормализации сдвигом мантиссы вправо.

В формате Ф2 результаты точнее, так как операнды представлены точнее и при нормализации результата сдвиг производился на один двоичный разряд, а не на 4.